

마틴 하드코어 프로세스 Type-II 모델기반 무선네트워크의 새로운 Coverage 확률 분석

염정선, 김종민*, 정방철
충남대학교, *한국과학영재학교
jsyeom@cnu.ac.kr, franzkim@gmail.com, bcjung@cnu.ac.kr

A Novel Coverage Probability Analysis of Wireless Networks Based on Matern Hard-Core Process Type-II Model

Jeong Seon Yeom, Jong Min Kim*, and Bang Chul Jung
Chungnam National University, *Korea Science Academy of KAIST

요약

본 논문은 확률 기하 이론을 바탕으로 노드간 반발적 특성을 고려한 마틴 하드코어 프로세서 타입 II (Matern hard-core process type II, MHCP-II) 기반 무선통신 네트워크의 성능을 수학적으로 분석한다. MHCP-II는 송신 노드들 간의 거리가 하드코어 거리 δ 이상이 되도록 하여 현실적인 통신 시스템의 특성을 반영한다. 하지만 반발적 특성의 수학적 모델링에 대한 복잡성으로 인해 여러 성능에 대해 닫힌 형태의 수학적 결과식을 유도하기가 어렵다. 본 논문에서는 쌍상관 함수의 단순 형태의 상한식을 유도하고 이로부터 MHCP-II 기반 무선 네트워크의 전송 성공 확률의 닫힌 형태의 하한식을 유도한다.

I. 서론

확률 기하 이론은 거대 무선 네트워크 분석을 위해 많은 연구가 되었다. 특히 최근 beyond 5G 네트워크, 지능형 반사 표면 (intelligent reflection surface, IRS), 저궤도 (low-earth-orbit, LEO) 위성 통신 네트워크 등에서 수학적 성능 분석을 위해 많이 활용되고 있다[1]. 무선통신 분야에서 확률 기하 이론은 간섭원의 위치를 2차원 푸아송 점 프로세스 (Poisson point process, PPP)로 모델링하여 간섭의 통계적 특성을 도출한다. 하지만 일반적인 통신 네트워크에서 간섭원을 혹은 송신 노드들은 서로 반발적 (repulsive) 특성을 가지기 때문에 이러한 특성을 고려하여 확률 기하 이론을 다루어야 한다. 이를 고려한 모델 중 하나가 마틴 하드코어 프로세스 (Matern hard-core process, MHCP)이다. MHCP는 PPP 모델링을 기반으로 노드간 반발력에 따른 의존성을 부여하여 노드들 간 최소 이격 거리인 하드코어 거리 δ 를 보장한다[2]. 하지만 MHCP type II (MHCP-II)의 경우, 노드간 쌍상관 함수 (pair correlation function, PCF)의 분석적 복잡성으로 인해 수학적으로 다루기 어렵다. 그러므로 본 논문에서는 PCF를 근사화하고 이로부터 MHCP-II의 전송 성공 확률 (coverage probability)의 닫힌 수식을 수학적으로 유도한다.

II. 시스템 모델

기본적으로 네트워크는 네트워크 중앙에 위치한 수신 노드 x_0 와 거리 R 만큼 떨어진 송신 노드와 그리고 간섭 노드들 $x_i (i \in \Phi)$ 로 구성된다. 우선 간섭 노드들은 밀도 λ_p 의 PPP Φ 에 의해 분포되며 (0,1) 범위의 마커가 부여된다. 각 노드는 반경 δ 내에 자신의 마커 값보다 더 작은 마커 값을 가지는 노드의 존재 여부를 파악하고 존재하는 경우 자신을 제거한다. 반면, 반경 δ 내에 자신보다 작은 마커 값을 가진 노드가 없는 경우 다른 모든 노드를 제거하고 자신은 유지한다. 이러한 과정을 MHCP라고 하며 노드의 분포는 $\lambda = \{1 - \exp(-\lambda_p \pi \delta^2)\} / (\pi \delta^2)$ 로 주어진다. 또한, PCF $g(r)$ 은 노드간 간격이 $\delta \leq r < 2\delta$ 인 경우 다음으로 주어진다.

$$g(r) = \frac{2V(r)(1 - e^{-\lambda_p \pi \delta^2}) - 2\pi \delta^2 (1 - e^{-\lambda_p V(r)})}{\lambda_p^2 \pi \delta^2 V(r)(V(r) - \pi \delta^2)}, \quad (1)$$

여기서 $V(r) = 2\pi \delta^2 - 2\delta^2 \arccos(r/(2\delta)) + r\sqrt{4\delta^2 - r^2}/2$ 이다. 반면, $0 \leq r < \delta$ 와 $r \geq 2\delta$ 인 경우에는 각각 $g(r) = 0$ 과 $g(r) = 1$ 이다. 그러므로 수신 노드의 총간섭량은 다음과 같다.

$$I_0 = \sum_{x_i \in \Phi} P_i h |x_i|^{-\alpha}, \quad (2)$$

여기서 P_i 는 전송 전력, h 는 레이리 (Rayleigh) 페이딩 채널, α 는 경로 감쇄 계수이다. 간섭 노드의 위치 x_i 는 원점 기준이므로 $|x_i|$ 는 원점으로부터의 거리를 의미한다. 수신 노드의 전송 성공 확률은 다음과 같이 주어진다.

$$P_c = \Pr\{\log_2(1 + P_i h_0 R^{-\alpha}/(I_0 + N_0)) \geq R_{th}\}, \quad (3)$$

여기서 h_0 는 송신 노드에서 수신 노드까지의 레이리 페이딩 채널, N_0 는 잡음 전력 그리고 R_{th} 는 목표 전송율이다.

III. 전송 성공 확률 분석 및 PCF 근사화

수식 (3)을 Campbell의 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$P_c = e^{-N_0 \theta R^\alpha} \times \exp\left(-\int_0^\infty 2\pi(1 - \mathbb{E}_h[e^{-s r^{-\alpha}}]) r \lambda g(r) dr\right), \quad (4)$$

여기서 $\theta = 2^{R_{th}} - 1$ 이며 $s = \theta R^\alpha$ 이다. 수식 (4)에서 수식 (1)로 주어지는 PCF $g(r)$ 을 적용하면 수학적으로 분석이 불가능하므로 우리는 PCF 조건을 만족하면서 다음과 같은 PCF의 상한을 적용한다.

$$g(r) \leq (\nu - 1)\delta/r + 1, \quad (5)$$

여기서 $\nu = 12\pi/(8\pi + 3\sqrt{3})$ 이다. 결과적으로 PCF의 상한을 통한 MHCP-II 기반 무선 네트워크의 전송 성공 확률의 하한은 다음과 같다.

$$P_c \geq e^{-N_0 \theta R^\alpha} \exp\left[-\pi \lambda \frac{\theta R^\alpha \delta^{2-\alpha}}{2-2/\alpha} \left\{\frac{1}{1-2/\alpha} + (1 + \theta R^\alpha \delta^{-\alpha})^{-2}\right\}\right] \times \exp\left[-2\pi \lambda (\nu - 1) \frac{\theta R^\alpha \delta^{2-\alpha}}{2-1/\alpha} \left\{\frac{1}{1-1/\alpha} + (1 + \theta R^\alpha \delta^{-\alpha})^{-2}\right\}\right] \times \exp\left[\pi \lambda \frac{\theta R^\alpha \delta^2}{\delta^\alpha + \theta R^\alpha} (2\nu - 1)\right]. \quad (6)$$

IV. 시뮬레이션 결과

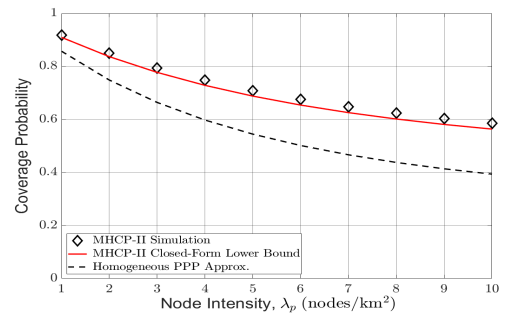


그림 1 MHCP-II의 전송 성공 확률의 성능 비교

그림 1은 MHCP-II의 수학적 분석 결과 및 시뮬레이션 결과 그리고 PPP 근사화 결과를 비교한다. 주요 네트워크 파라미터는 $\delta = R$, $R = 100$ m, $P_t = 1$ W, $\alpha = 3$, $\theta = 5$ dB이다. 기존 연구 결과인 PPP 근사화는 본 시스템 파라미터에서 시뮬레이션 결과와 유사한 성능을 제공하지 못하는 반면 본 논문에서 유도한 수학적 분석 결과는 굉장히 유사한 성능을 제공한다.

ACKNOWLEDGMENT

이 성과는 2022년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2022R1I1A3073740).

참고 문헌

- [1] Y. Hmamouche et al., "New trends in stochastic geometry for wireless networks: A tutorial and survey," *Proc. IEEE*, vol. 109, no. 7, pp. 1200-1252, July 2021.
- [2] H. He, J. Xue, T. Ratnarajah, F. A. Khan, and C. B. Papadias, "Modeling and analysis of cloud radio access networks using Matern hard-core point processes," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 6, pp. 4074-4087, 2016.